

Prüfung aus Mathematik 1 für ET (neuer Studienplan) am 2.4.2003

(Prof. Langer)

Arbeitszeit: 90 Minuten

1. Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt:

(a) $2x + 3 < x^2$

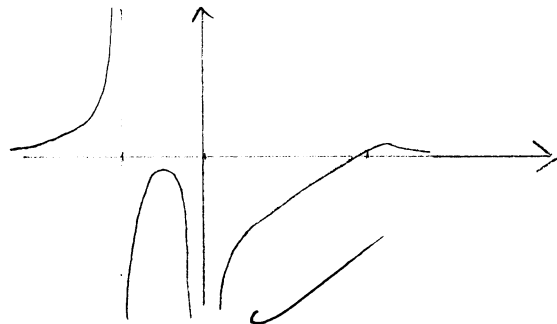
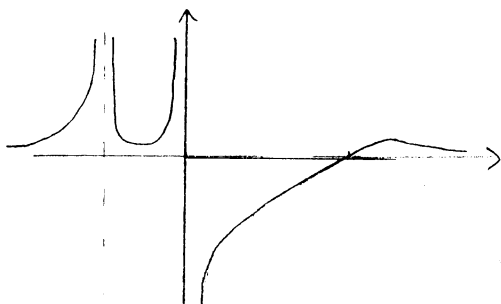
(b) $x^2 \sqrt{x^2} > 0$

2. (a) Diskutiere die Funktion

$$f(x) = (x^2 - 3)e^{-x}.$$

Bestimme dafür Nullstellen, Extremwerte, Wendepunkte und Verhalten bei $\pm\infty$. Skizze!

(b) Welche der folgenden beiden Skizzen zeigt den Graph der Funktion $r(x) = \frac{x-2}{x^2(x+1)}$?
Begründen Sie Ihre Entscheidung!



3. Berechne die folgenden Integrale

(a) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x+1)(x+2)}$

(b) $\int_0^{\sqrt{\pi}} 2x^3 \cos x^2 dx.$

4. (a) Ist die Funktion

$$h(x) = \begin{cases} \frac{e^{3x} - 1}{x} & x \neq 0 \\ 3 & x = 0 \end{cases}$$

stetig, ist sie differenzierbar? Wenn ja, berechne die Ableitung. Ist h stetig differenzierbar?

(b) Erfüllt die Funktion $g(z) = \frac{2}{x} + x - 2$ auf dem Intervall $I = [1, 2]$ die Voraussetzungen des Mittelwertsatzes der Differentialrechnung? Welche Folgerung lässt sich in diesem Beispiel aus dem Mittelwertsatz ziehen?

5. (a) Geben Sie die Definitionen von *injektiv*, *surjektiv* und *bijektiv*.

(b) Formulieren Sie den Fundamentalsatz der Algebra.

(c) Formulieren Sie das Vergleichskriterium für Folgen.

(d) Beschreiben sie ein numerisches Verfahren zum Lösen von Gleichungen.